

*Societat Catalana de Genealogia, Heràldica, Sigil·lografia,
Vexil·lologia i Nobiliària*
(*Catalan Society of Genealogy, Heraldry, Sigillography, Vexillology and Nobility*)

L'Algoritme de Gorchs *Gorchs's Algorithm*

Ricard Flores

Barcelona, 18 de Maig del 2002
(Darrera actualització a 7 de Desembre de 2004)
(translated to English on 11th march 2004)

Algoritme de Gorchs. Resum

En l'entorn genealògic dels ascendents directes, l'autor presenta la funció que relaciona el número d'ascendent, anomenat tradicionalment codi de Sousa-Stradonitz, amb el número de cognom que li pertoca. L'originalitat del mètode que es presenta consisteix en defugir del sistema de numeració decimal i centrar-se en el sistema de numeració binari. En aquesta intuïció o decisió radica l'extraordinària simplicitat del algoritme proposat. Finalment es presenta el "Calculador de Gorchs", disponible a Internet, que facilita els càlculs en ambdós sentits.

Gorchs's Algorithm. Abstract

Within the genealogical field of the lineal ascendants, the author presents the function which relates the ascendant number, traditionally named as Sousa-Stradonitz code, with its correspondent number of the family name. The originality of the present method consists in avoiding the decimal numbering system and to focus in the binary numbering system. In that intuition or decision relies the outstanding simplicity of the proposed algorithm. Lastly is presented the "Calculador de Gorchs"(Gorchs's calculator) available in Internet, which provides calculations in both directions.

*Societat Catalana de Genealogia, Heràldica, Sigil·lografia,
Vexil·lologia i Nobiliària*

L'Algoritme de Gorchs

Ricard Flores

Barcelona, 18 de Maig del 2002

“Qui va de pressa, plega tard”

Introducció

La numeració d'ascendents i la ordenació de cognoms, pretenen finalitats diferents i proporcionen resultats diferents, però hi ha relació entre elles?: Podem intuir que sí, ja que ambdós mètodes numeren el mateix: els elements del nostre arbre d'ascendents, i tots dos mètodes numeren emprant uns criteris lògics, d'acord amb unes regles coherents amb allò que cada mètode de numeració pretén. És clar que cap dels dos numera al atzar. La relació hi és sens dubte, però s'ha de saber veure i s'ha de saber explicar, un agradable repte d'inducció i de comunicació.

La majoria de les persones coneixem el sistema de numeració decimal, i fins i tot, el sistema de numeració romà. A efectes pràctics aquesta situació és perfectament raonable i podríem dir que un ciutadà normal es pot permetre el luxe de viure d'esquena al sistema de numeració binari, no gensmenys, per al genealogista, aquest luxe resulta massa car, i no li convé permetre-se'l si no vol romandre en la foscor del sistema decimal “per saecula saeculorum”, deambulant per innumbrables laberints numèrics i omplint pàgines i pàgines de guarismes.

L'Algoritme de Gorchs es caracteritza per la seva gran simplicitat. A la pràctica això es tradueix en dos avantatges:

- * Proporciona als usuaris una notable claredat i rapidesa de càlcul.
- * Facilita als analistes informàtics el procés de transformació de l'algoritme a una rutina de càlcul⁽¹⁾, molt senzilla i molt potent, per a qualsevol sistema informàtic en l'àmbit de la genealogia, la genètica o altres disciplines afins.

La simplicitat d'aquest algoritme deriva de la capacitat d'observar dos fets claus, molt rellevants, en el procés de deducció:

La enorme dificultat de trobar algoritmes senzills mentre no abandonem el sistema de numeració decimal que tan familiar ens resulta.

Els criteris de jerarquització de Sousa-Stradonitz i de l'Ordre del cognom són antagònics, si bé, presenten, regularment, punts de coincidència.

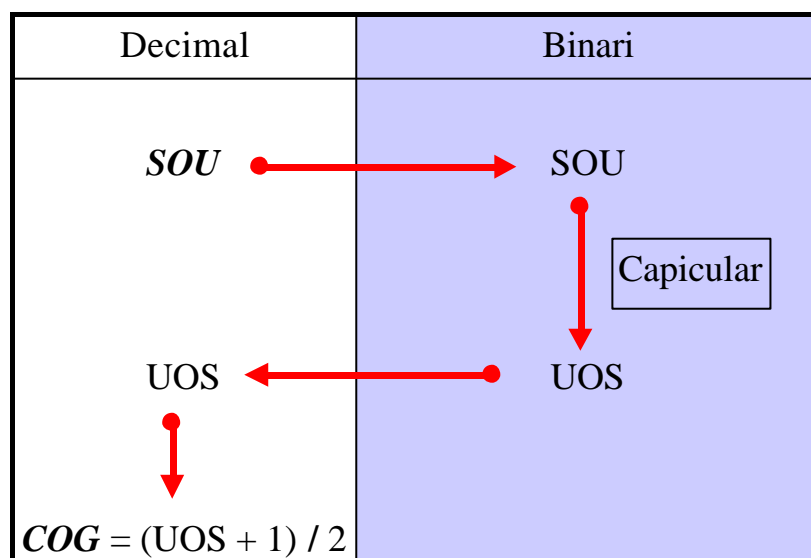
⁽¹⁾ La utilització d'aquest algoritme en programes informàtics acadèmics o comercials no està subjecte a cap restricció, excepció feta de mencionar-ne el seu nom “Algoritme de Gorchs” tan en la documentació tècnica del producte, com en el propi codi dels corresponents programes que en facin us.

L'Algoritme de Gorchs⁽²⁾

Serveix per a calcular el nombre d'ordre de cognom **COG**, partint del codi de Sousa-Stradonitz **SOU**, de l'ascendent portadora del cognom⁽³⁾. I viceversa.

Per obtenir el **COG** a partir del **SOU**:

- 1.- Convertir el **SOU**, que és un nombre en base decimal, al seu equivalent en base binària: Obtenim el **SOU** binari, que és una seqüència llarga de zeros i uns.
- 2.- Capicular el **SOU** binari: Obtenim l'**UOS** binari
- 3.- Convertir l'**UOS** binari, al seu equivalent en base decimal: Obtenim l'**UOS**.
- 4.- Incrementar l'**UOS** en una unitat i dividir el resultat per dos: Obtenim el **COG**



⁽²⁾ Gorchs: Llinatge resident a Ciutadella de Menorca, a mitjan del segle XVI. Correspon al cognom nombre 4.204 de l'autor d'aquest mètode.

⁽³⁾ Als efectes d'aquest algoritme, sols ens interessen les nostres avantpassades, ja que dins del conjunt de tots els ascendents, són les úniques amb la capacitat d'aportar cognoms a la llista del subjecte. La capacitat d'aportar cognoms – excepció feta del primer cognom - i rareses a part, és una qualitat exclusivament femenina, tal com ho són també, la capacitat per a parir fills o la de ser portadores de hemofília.

Exemples:

Decimal	Binari
$SOU = 55$	110111
59	111011
$COG = 30$	

Decimal	Binari
$SOU = 201$	11001001
147	10010011
$COG = 74$	

Decimal	Binari
$SOU = 15.041$	11101011000001
8.407	10000011010111
$COG = 4.204$	

Fórmules

Les expressions matemàtiques corresponents són:

$$COG = \frac{Dec(Cap(BinSOU)) + 1}{2}$$

$$SOU = Dec(Cap(Bin(2COG - 1)))$$

Consideracions pràctiques:

La conversió de decimal a binari és molt senzilla i es pot obtenir de moltes maneres:

A.- Consultant una taula de conversió de nombres decimals a binaris, com -per exemple- la que hi ha a: <http://www.ascii.cl/es/conversion.htm>

B.- Utilitzar una calculadora científica de butxaca, tecla BIN

C.- Utilitzant un conversor de la web com - per exemple - el que hi ha a: <http://dogbert.comsc.ucok.edu/~mcdaniel/bin-dec.html>

D.- Utilitzant la funció de Microsoft Excel: DEC.A.BIN que pot servir tan per a un càlcul esporàdic com per generar en Excel, una taula de consulta permanent.

E.- Fent-la a mà (veure qualsevol llibre de text del batxillerat, sigui de matemàtiques, sigui d'informàtica, on s'expliquin aquests conceptes)

La conversió de binari a decimal, també és molt senzilla i es poden obtenir taules i convertidors en els mateixos llocs que acabem de mencionar per al procés invers.

Posats a ser pràctics del tot, crec que el que cal fer es posar al abast dels interessats la taula de conversió *SOU* a *COG* per un rang de valors raonable, indicant a continuació el procés de càlcul per a qualsevol valor.

“Calculador de Gorchs”: Novetat a la web de la Societat:

Com a continuació del que aquí s'ha exposat, amb el desig de ser pràctics del tot, ja fa unes setmanes que a la web de la SCGHSVN es disposa de un calculador, que executant l'algoritme de Gorchs, permet calcular el COG a partir del SOU, i viceversa.

<http://www.scgenealogia.org/fitxers/calculador.htm>

Gènesi de l'Algoritme de Gorchs

Tractem d'establir la relació matemàtica entre el codi de Sousa, SOU; i el codi d'ordre de cognom, COG, en un arbre de costats.

Donat que, d'entrada, som perfectament capaços de numerar un arbre de costats amb tots dos sistemes, fem-ho; observarem els resultats i tractarem de descobrir la relació entre els dos sistemes.

Prenem el nostre arbre d'ascendents, o arbre de costats, de cinc generacions: (Poseu-vos la taula M, de la pàgina 12, al davant vostre per seguir la resta de l'explicació). Assignem a cada ascendent, a cada casella, ambdós codis: el de Sousa, SOU; i el d'ordre de cognom, COG; tot diferenciant-los per la grandària i la posició: els més petits i situats dalt, a la esquerra, corresponen al codi SOU, mentre que els més grans, situats al centre de la casella, corresponen al codi COG.

Centrem-nos exclusivament en les dones, ja que són les úniques que aporten els cognoms. Després, ja veurem que serà molt fàcil relacionar els avantpassats masculins amb la avantpassada femenina corresponent.

Si examinem l'aspecte del nostre arbre doblement codificat amb les dues sèries numèriques, i ens fixem en les tres primeres generacions, veurem que el numero COG d'una avantpassada determinada s'obté fàcilment incrementant en una unitat el seu codi SOU, i dividint el resultat per dos: Es a dir una senzilla funció $COG = (SOU+1)/2$ ens permet establir la relació que cercaven almenys fins la tercera generació.

Si ens endinsem en la quarta i en les successives generacions, aplicant la senzilla fórmula anterior, veiem que l'èxit és parcial, hi ha de tot, a cada generació, sempre n'hi ha de coincidents i de no coincidents; les coincidències es produeixen sempre en els extrems de cada generació, i d'acord amb certa cadència, en alguns elements intermedis.

Fixem-nos ara en que els primers desacords se ha produït en la quarta generació: La besàvia agnada (la de SOU 9, la que ocupa el primer lloc) i la besàvia cognada (la de SOU 15, la que ocupa el darrer lloc) compleixen l'equació; però les altres dues besàvies, la 11 i la 13, no l'acompleixen; podríem anomenar-les les dues besàvies díscles o dissidents de la quarta generació.

Què podríem intentar perquè les dues dissidents entrin en raó?

Una cosa que es podria provar seria veure si intercanviant el respectius codis SOU entre elles, les coses milloren.

Efectivament: estem de sort, si intercanvien el codi SOU, les dues besàvies dissidents entren en raó.

Si continuem amb aquest mètode en generacions successives, comprovarem que a base d'intercanviar el codi SOU entre les avies, totes acaben entrant en raó i s'amollen a complir la senzilla equació $COG = (SOU+1)/2$

Centrem doncs, el nostre procés de observació e inducció en la quarta generació: Ajudem-nos de una petita taula per ordenar i visualitzar millor la situació:

Codi SOU	Codi SOU modificat	Codi COG
9	9	5
11	13	7
13	11	6
15	15	8

Hem vist que per obtenir la tercera columna, sols cal aplicar l'equació $COG = (SOU+1)/2$, als elements de la segona columna. Però, a quina operació lògica (matemàtica) s'ha de sotmetre la primera columna per obtenir-ne la segona?

Codi SOU	Codi SOU modificat
9	9
11	13
13	11
15	15

En principi no en veiem cap d'òbvia.

Millorarà la nostra visió si canviem d'”Idioma”, i en lloc de tractar amb nombres decimals, treballem amb nombres binaris? Provem-ho: Expressem els valors decimals anteriors: 9,11, 13 i 15 amb els seus equivalents en notació binària¹

Codi SOU	Codi SOU modificat
1001	1001
1011	1101
1101	1011
1111	1111

Tornem a preguntar-nos ara: ¿Què o quina cosa ens converteix la primera columna en la segona?

Ara si que tenim una resposta: Un mirall col·locat a la dreta de la primera columna.

En termes matemàtics els elements de la segona columna son els simètrics dels elements de la primera; els elements de la segona columna s'obtenen per un senzill procés de “capicualar” o de “capgirar” els elements de la primera.

Si continuem el nostre procés d'observació, constatarem que el que hem trobat per la quarta generació, és extensible a les generacions inferiors i a totes les superiors, i que per tant de una forma universal podem inferir una pauta de comportament que ens permet enunciar l'Algoritme de Gorchs.

¹ Per fer la conversió de decimal a binari, veure pàgina 9 “Consideracions pràctiques”

Taula M

(Per a seguir l'explicació de la "Gènesi de l'Algoritme de Gorchs)

I	II	III	IV	V		
1	2	4	8	16		
				17		
					9	
		9			18	
					19	
		5			13	
	5	3	6	10	20	
					21	
						11
			11			22
					23	
	7				15	
	3	6	7	12	24	
					25	
					10	
		13			26	
				27		
6				14		
7	4	14		28		
				29		
					12	
		15			30	
			31			
8			16			

*Societat Catalana de Genealogia, Heràldica, Sigil·lografia,
Vexil·lologia i Nobiliària*

(Catalan Society of Genealogy, Heraldry, Sigillography, Vexillology and Nobility)

Gorchs's Algorithm

Ricard Flores

Barcelona, 18th May 2002

“Qui va de pressa, plega tard”
(The more you hurry, the later you end)

Introduction

The numbering of ancestors and the ordering of family names have different aims and give us different results, but is there any relationship between them? We can presume that there is because both are ways (methods) of numbering the same: the elements of our family tree, and both methods number them using a logical criteria, according to rules which are coherent with the objectives of each numbering method. It is clear that neither of them numbers at random. There is a relationship without doubt, but we have to be able to see it, and explain it, a pleasant challenge of induction and communication.

Most people know the decimal numbering system, and even, the roman numbering system. To all intents and purposes this situation is fully reasonable and we could say that an ordinary person can afford to live without paying attention to the binary numbering system. However, it is not the case of a genealogist if he/she is not to remain in the darkness of the decimal system “per saecula saeculorum” wandering through countless numeric labyrinths and filling up sheets and sheets of figures.

Gorchs’s algorithm is noted for its great simplicity. In practice this results in two advantages:

- *Gives the users an outstanding clarity and speed of calculation.
- *Provides computer program designers with a very simple and very powerful adaptation process of the algorithm into a computer subroutine ⁽¹⁾ for any software in the fields of genealogy, genetics or other similar disciplines.

The simplicity of this algorithm comes from its ability to assess two key very relevant facts, during the deduction process:

- *The enormous difficulty of finding simple algorithms without abandoning the decimal numbering system, which is so familiar.
- *The hierarchical criteria of Sousa-Stradonitz and that of the Family name ordering are antagonists, although, they regularly show points of coincidence.

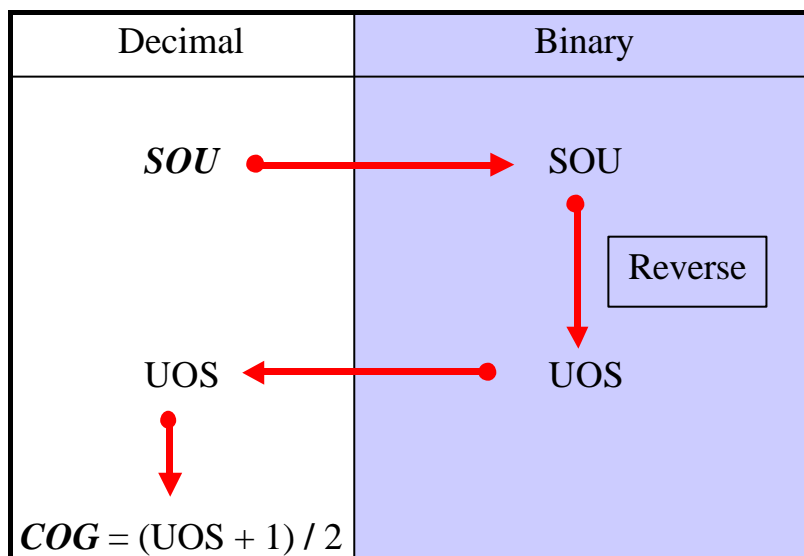
⁽¹⁾ The use of this algorithm in academic or commercial computer programs is not subjected to any restriction, except of the due mention of the name “Gorchs’s algorithm” embedded as comments in the lines of code of the specific programs that use it and in the technical documentation of the product.

Gorchs's Algorithm⁽²⁾

Used to calculate the family name number *COG*, from the Sousa-Stradonitz's code, *SOU*, of the ancestor bringing that family name⁽³⁾ and vice versa.

To obtain the *COG* from the *SOU*:

- 1.- Convert the *SOU*, which is a decimal based number, to its equivalent in binary basis: We get the binary *SOU*, which is a long sequence of zeros and ones.
- 2.- Reverse the binary *SOU* : We get the binary *UOS*.
- 3.- Convert the binary *UOS*, to its equivalent in decimal basis: We get the *UOS*.
- 4.- Increase the *UOS* by one and divide the result by two: We get the *COG*.



⁽²⁾ Gorchs: Family name resident in Ciutadella (Minorca, Balearic Islands) in the middle of the XVI century. It is the family name number 4.204 of the author of this method.

⁽³⁾ For our convenience in using this algorithm, we only pay attention to our female ancestors, because in the overall set of our ancestors, they are the only ones able to bring family names to the list of the subject. The capacity to bring family names - excluding the first one and leaving rarities apart – is an exclusively feminine quality, as it is their ability to have a baby and to transmit haemophilia.

Exemples:

Decimal	Binary
<i>SOU</i> = 55	110111
59	111011
<i>COG</i> = 30	

The diagram illustrates the relationship between SOU, COG, and their binary representations. SOU = 55 is represented by the binary value 110111. COG = 30 is represented by the binary value 110111. A red arrow points from SOU to its binary value. A red arrow points from the binary value 111011 to the decimal value 59. A red arrow points from 59 to COG = 30.

Decimal	Binary
<i>SOU</i> = 201	11001001
147	10010011
<i>COG</i> = 74	

The diagram illustrates the relationship between SOU, COG, and their binary representations. SOU = 201 is represented by the binary value 11001001. COG = 74 is represented by the binary value 10010011. A red arrow points from SOU to its binary value. A red arrow points from the binary value 10010011 to the decimal value 147. A red arrow points from 147 to COG = 74.

Decimal	Binary
$SOU = 15.041$	11101011000001
8.407	10000011010111
$COG = 4.204$	

Formulas

The equivalent mathematical expressions are:

$$COG = \frac{Dec(Rev(BinSOU)) + 1}{2}$$

$$SOU = Dec(Rev(Bin(2COG - 1)))$$

Practical considerations:

The decimal to binary conversion is very easy and can be achieved in many ways:

A.- Using a decimal to binary conversion table, like - for example - the one at:
<http://www.ascii.cl/es/conversion.htm>

B.- Using a scientific pocket calculator, BIN key

C.- Using a converter from the Web like - for example – the one at:
<http://dogbert.comsc.ucok.edu/~mcdaniel/bin-dec.html>

D.- Using the Microsoft Excel function: DEC.A.BIN which is useful for a one-off calculation and even to generate a permanent table on Excel.

E.- Doing it manually (see any secondary school text book on mathematics, or on computer science, where these concepts are explained)

The binary to decimal conversion is also very easy and it is possible to obtain tables and converters in the same places we have just mentioned by reversing the process.

For the sake of convenience, I think we have to provide users with a conversion table *SOU* to *COG* for a reasonable range of values, followed by an indication of the calculation process for any value.

Gorchs's Calculator: Now available on our Society's web site.

Following on from what I have laid out, and aiming to be as practical as possible, for the last few weeks a calculator has been available on our Society's web site which allows you, by using Gorchs's algorithm, to calculate the COG from the SOU, and vice versa.

<http://www.scgenealogia.org/fitxers/calculador.htm>

The genesis of Gorchs's Algorithm

Our intention is to establish a mathematical relationship between the Sousa code, SOU; and the family name number, COG, in a family tree.

Given that objective, we are fully able to number a family tree with both methods, let's do it; we will observe the results and we will try to find out the relationship between the two methods.

Let's take our family tree, for five generations: (see table M, on page 22, to follow the explanation) Let's assign to each ancestor, in each cell, both codes: that of Sousa, SOU; and that of the family name number, COG; differentiating them by the size and the position: The lower ones, placed top left, relate to the Sousa code, SOU, while the bigger ones, placed in the centre of the cell, match the family name code, COG.

Let's focus exclusively on the women, because they are the only ones that bring the family names. Later, we will see that it will be very easy to match masculine ancestors with the corresponding feminine ancestor.

If we examine the aspect of our double coded tree by the two numerical series, and focus on the first three generations, we will see that the COG number of any specific feminine ancestor is easily obtained by increasing her SOU code by one, and dividing the result by two: In other words, a simple function $COG = (SOU+1)/2$ allows us to establish the relationship that we were looking for, at least as far as the third generation.

If we enter the fourth and subsequent generations, by applying the previous simple formula, we see that success is partial, there is a diversity of results, in each generation there are always matching and mismatching results. The matching results always appear in the extremes of each generation and, according to a certain cadence, in some intermediate elements.

Let's focus now on the fact that the first mismatches occur in the fourth generation: The agnatic great-grandmother (the one with SOU 9, the one in the first place) and the cognatic great-grandmother (the one with SOU 15, the one in the last place) both match the equation, but the other two great-grandmothers, the 11 and the 13, do not; we could call them the two mischievous members or dissidents of the fourth generation.

What can we do to make the two dissidents fall into line?

One possibility would be to see if exchanging their respective SOU codes, makes things better.

We are lucky. If they exchange the SOU code, both dissident great-grandmothers fall into line.

If we keep applying this method to the subsequent generations, we will see that by exchanging the SOU code between the old ladies, they all fall into line and adapt to the simple equation $COG = (SOU+1)/2$

Let's focus our observation and deduction process on the fourth generation:

Let's help ourselves by using a small table to have a better vision of the situation:

SOU code	modified SOU code	COG code
9	9	5
11	13	7
13	11	6
15	15	8

We see that to get the third column, we only have to apply the equation $COG = (SOU+1)/2$, to the elements of the second column. But, which logical or mathematical operation does the first column have to be submitted to in order to get, as a result, the second one?

SOU code	modified SOU code
9	9
11	13
13	11
15	15

At first, we are not able to see any obvious one.

Will our vision improve if we change the "language" and, in place of dealing with decimal numbers, we work with binary numbers? Let's try it: Let's express the previous decimal figures: 9,11,13, and 15 with their equivalents in binary notation²

SOU code	modified SOU code
1001	1001
1011	1101
1101	1011
1111	1111

Let's now ask ourselves again: What actually converts the first column into the second one?

This time we do have an answer: A mirror placed on the right of the first column.

In mathematic terms, the elements of the second column are symmetric to the elements of the first one; the elements of the second column are obtained by a simple process of "reversing" the elements of the first one.

If we keep going on with our observation process, we will see that what we have found for the fourth generation, can be extended to the lower generations and to the upper ones and, as a consequence, in a global manner, we could infer a path of behaviour that allows us to formulate Gorchs's algorithm.

² For the decimal to binary conversion see page 19 "Practical considerations"

Table M

(For following the explanation of the genesis of Gorchs's Algorithm)

I	II	III	IV	V
1	2	4	8	16 17
			9	18 19
		5	10	20 21
			11	22 23
		3	12	24 25
			13	26 27
	3	6	14	28 29
			15	30 31
		7	16	
			17	
		8	18	
			19	

Taula de Conversió

Conversion Table

Entrada per Sousa			Entrada per Or.Cognom	
<i>From SOU</i>			<i>From COG</i>	
SOU	COG		COG	SOU
1	1		1	1
3	2		2	3
5	3		3	5
7	4		4	7
9	5		5	9
11	7		6	13
13	6		7	11
15	8		8	15
17	9		9	17
19	13		10	25
21	11		11	21
23	15		12	29
25	10		13	19
27	14		14	27
29	12		15	23
31	16		16	31
33	17		17	33
35	25		18	49
37	21		19	41
39	29		20	57
41	19		21	37
43	27		22	53
45	23		23	45
47	31		24	61
49	18		25	35
51	26		26	51
53	22		27	43
55	30		28	59
57	20		29	39
59	28		30	55
61	24		31	47
63	32		32	63
65	33		33	65

67	49		34	97
69	41		35	81
71	57		36	113
73	37		37	73
75	53		38	105
77	45		39	89
79	61		40	121
81	35		41	69
83	51		42	101
85	43		43	85
87	59		44	117
89	39		45	77
91	55		46	109
93	47		47	93
95	63		48	125
97	34		49	67
99	50		50	99
101	42		51	83
103	58		52	115
105	38		53	75
107	54		54	107
109	46		55	91
111	62		56	123
113	36		57	71
115	52		58	103
117	44		59	87
119	60		60	119
121	40		61	79
123	56		62	111
125	48		63	95
127	64		64	127
129	65		65	129
131	97		66	193
133	81		67	161
135	113		68	225
137	73		69	145
139	105		70	209
141	89		71	177
143	121		72	241
145	69		73	137
147	101		74	201
149	85		75	169
151	117		76	233
153	77		77	153
155	109		78	217
157	93		79	185

159	125		80	249
161	67		81	133
163	99		82	197
165	83		83	165
167	115		84	229
169	75		85	149
171	107		86	213
173	91		87	181
175	123		88	245
177	71		89	141
179	103		90	205
181	87		91	173
183	119		92	237
185	79		93	157
187	111		94	221
189	95		95	189
191	127		96	253
193	66		97	131
195	98		98	195
197	82		99	163
199	114		100	227
201	74		101	147
203	106		102	211
205	90		103	179
207	122		104	243
209	70		105	139
211	102		106	203
213	86		107	171
215	118		108	235
217	78		109	155
219	110		110	219
221	94		111	187
223	126		112	251
225	68		113	135
227	100		114	199
229	84		115	167
231	116		116	231
233	76		117	151
235	108		118	215
237	92		119	183
239	124		120	247
241	72		121	143
243	104		122	207
245	88		123	175
247	120		124	239
249	80		125	159

251	112		126	223
253	96		127	191
255	128		128	255
257	129		129	257
259	193		130	385
261	161		131	321
263	225		132	449
265	145		133	289
267	209		134	417
269	177		135	353
271	241		136	481
273	137		137	273
275	201		138	401
277	169		139	337
279	233		140	465
281	153		141	305
283	217		142	433
285	185		143	369
287	249		144	497
289	133		145	265
291	197		146	393
293	165		147	329
295	229		148	457
297	149		149	297
299	213		150	425
301	181		151	361
303	245		152	489
305	141		153	281
307	205		154	409
309	173		155	345
311	237		156	473
313	157		157	313
315	221		158	441
317	189		159	377
319	253		160	505
321	131		161	261
323	195		162	389
325	163		163	325
327	227		164	453
329	147		165	293
331	211		166	421
333	179		167	357
335	243		168	485
337	139		169	277
339	203		170	405
341	171		171	341

343	235		172	469
345	155		173	309
347	219		174	437
349	187		175	373
351	251		176	501
353	135		177	269
355	199		178	397
357	167		179	333
359	231		180	461
361	151		181	301
363	215		182	429
365	183		183	365
367	247		184	493
369	143		185	285
371	207		186	413
373	175		187	349
375	239		188	477
377	159		189	317
379	223		190	445
381	191		191	381
383	255		192	509
385	130		193	259
387	194		194	387
389	162		195	323
391	226		196	451
393	146		197	291
395	210		198	419
397	178		199	355
399	242		200	483
401	138		201	275
403	202		202	403
405	170		203	339
407	234		204	467
409	154		205	307
411	218		206	435
413	186		207	371
415	250		208	499
417	134		209	267
419	198		210	395
421	166		211	331
423	230		212	459
425	150		213	299
427	214		214	427
429	182		215	363
431	246		216	491
433	142		217	283

435	206		218	411
437	174		219	347
439	238		220	475
441	158		221	315
443	222		222	443
445	190		223	379
447	254		224	507
449	132		225	263
451	196		226	391
453	164		227	327
455	228		228	455
457	148		229	295
459	212		230	423
461	180		231	359
463	244		232	487
465	140		233	279
467	204		234	407
469	172		235	343
471	236		236	471
473	156		237	311
475	220		238	439
477	188		239	375
479	252		240	503
481	136		241	271
483	200		242	399
485	168		243	335
487	232		244	463
489	152		245	303
491	216		246	431
493	184		247	367
495	248		248	495
497	144		249	287
499	208		250	415
501	176		251	351
503	240		252	479
505	160		253	319
507	224		254	447
509	192		255	383
511	256		256	511